|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 6**

**Дисциплина**  Вычислительные алгоритмы

|  |  |
| --- | --- |
| **Тема** Построение и программная реализация алгоритмов численного дифференцирования  **Студент** Воякин А.Я.  **Группа ИУ7-44Б**  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель \_\_Градов В.М.\_\_** |  |

Москва, 2020 г.

**Техническое задание**

**Тема:** Построение и программная реализация алгоритмов численного дифференцирования.

**Цель работы**. Получение навыков построения алгоритма вычисления производных от сеточных функций .

**Задание.**

Задана табличная (сеточная) функция. Имеется информация, что закономерность, представленная этой таблицей, может быть описана формулой

,

параметры функции неизвестны **и определять их не нужно**..

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0.571 |  |  |  |  |  |
| 2 | 0.889 |  |  |  |  |  |
| 3 | 1.091 |  |  |  |  |  |
| 4 | 1.231 |  |  |  |  |  |
| 5 | 1.333 |  |  |  |  |  |
| 6 | 1.412 |  |  |  |  |  |

Вычислить первые разностные производные от функции и занести их в столбцы (1)-(4) таблицы:

1 - односторонняя разностная производная ,

2 - центральная разностная производная,

3- 2-я формула Рунге с использованием односторонней производной,

4 - введены выравнивающие переменные.

В столбец 5 занести вторую разностную производную.

**Результаты.**

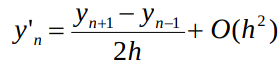
Заполненная таблица с краткими комментариями по поводу использованных формул и их точности

**Описание:**

1. Левосторонняя разностная производная: .

Получается из разложения функции в ряд Тейлора для точки, производную в которой хотим найти.

Далее выражаем значение через этот ряд для следующей точки в ряде и выражаем 1 производную из него.

1. Центральная разностная производная: 

Получается при fn + 1 - fn - 1 , где f - ряд Тейлора построенный для точки, в которой требуется найти производную (n+1 - индекс следующей на сетке точки, n - 1 - индекс предыдущей точки на сетке)

1. Формула Рунге на основе левосторонней разностной производной. В данном случае левосторонняя разностная производная служит некоторой приближенной формулой для вычисления некоторой величины (в нашем случае производной) и Рунге позволяет увеличить точность исходя из следующих преобразований: - структура формулы для вычисления численного значения, которая может быть преобразована с помощью преобразований рунге. Запишем формулу для шага *mh,* где шаг удобно взять *m = 2*:

Комбинируя 2 выражения получаем формулу: , точность которой выше.

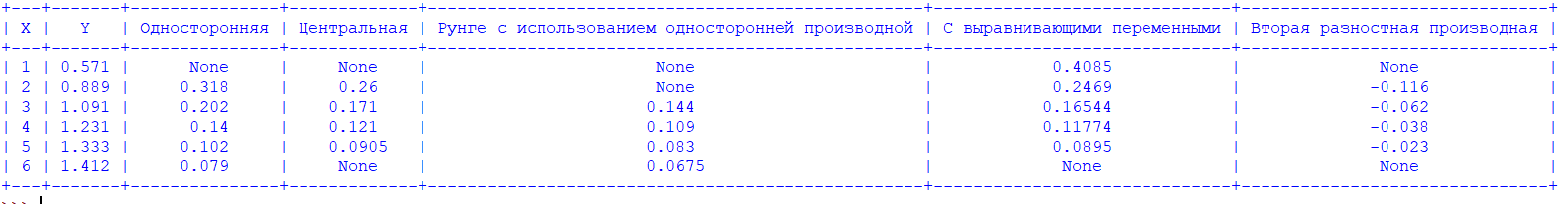
4.Метод выравнивающих переменных. При удачном выборе этих переменных исходная кривая может быть преобразована в прямую линию, производная от которой вычисляется точно по самым простым формулам.

5. Вторая разностная производная: .

Получается так же при разложении функции в ряд тейлора и проведении некоторых преобразований (конкретно: ряд тейлора для точки, в которой надо найти производную, выразить через него следующую и предыдущую по индексам точки и сложить получившиеся выражения, выразив y'')

**Заполненная таблица:**

*Вывод программы:*



*Таблица:*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0.571 | --- | --- | --- | 0.4085 | --- |
| 2 | 0.889 | 0.318 | 0.26 | --- | 0.2469 | -0.116 |
| 3 | 1.091 | 0.202 | 0.171 | 0.144 | 0.16544 | -0.062 |
| 4 | 1.231 | 0.14 | 0.121 | 0.109 | 0.11774 | -0.038 |
| 5 | 1.333 | 0.102 | 0.0905 | 0.083 | 0.0895 | -0.023 |
| 6 | 1.412 | 0.079 | --- | 0.0675 | --- | --- |

**Ответы на контрольные вопросы**

1. **Получить формулу порядка точности для первой разностной производной в крайнем правом узле .**

*(1)*

*(2)*

***4\*(1) – (2):***

***Итог:***

**3. Используя 2-ую формулу Рунге, дать вывод выражения (9) из Лекции №7 для первой производной в левом крайнем узле**



**Из этих формул выводим:**

.

**Ответ:**

**Код программы**

def get\_table(x\_beg, step, amount):

x\_tbl = [x\_beg + step\*i for i in range(amount)]

y\_tbl = [0.571, 0.889, 1.091, 1.231, 1.333, 1.412]

return x\_tbl, y\_tbl

def left\_side\_diff\_1(y, h):

return [None if not i

else ((y[i] - y[i - 1]) / h)

for i in range(len(y))]

def left\_side\_diff(y, h):

lsd = [0]\*len(y)

for i in range(len(y)):

if not i:

lsd[i] = None

else:

lsd[i] = round(((y[i] - y[i - 1]) / h), 5)

return lsd

def right\_side\_diff(y, h):

rsd = [0]\*len(y)

for i in range(len(y)):

if i == len(y) - 1:

rsd[i] = None

else:

rsd[i] = round(((y[i + 1] - y[i]) / h), 5)

return rsd

def second\_diff(y, h):

sd = [0]\*len(y)

for i in range(len(y)):

if not i or i == len(y) - 1:

sd[i] = None

else:

sd[i] = round(((y[i - 1] - 2\*y[i]+y[i+1]) / h\*\*2),5)

return sd

def center\_diff(y, h):

cd = [0]\*len(y)

for i in range(len(y)):

if not i or i == len(y) - 1:

cd[i] = None

else:

cd[i] = round(((y[i + 1] - y[i - 1]) / (2\*h)), 5)

return cd

def Runge\_center(y,x,h):

rc = [0]\*len(y)

for i in range(len(y)):

if i > len(y) - 2:

rc[i] = None

else:

eta\_ksi\_diff = (1 / y[i + 1] - 1 / y[i]) / (1 / x[i + 1] - 1 / x[i])

rc[i] = round((eta\_ksi\_diff \* y[i] \* y[i] / x[i] / x[i]), 5)

return rc

def Runge\_left\_side(y, h):

rls = [0]\*len(y)

n = len(y)

p = 1

yh = left\_side\_diff\_1(y, h)

y2h = [0 if i < 2 else (y[i] - y[i-2]) / (2\*h) for i in range(0, n)]

for i in range(0,n):

if i < 2:

rls[i] = None

else:

rls[i] = round((yh[i] + (yh[i] - y2h[i]) / (2\*\*p - 1)),5)

return rls

x\_start = 1

x\_h = 1

x\_amount = 6

x, y = get\_table(x\_start, x\_h, x\_amount)

table = PrettyTable()

table.add\_column("X", x)

table.add\_column("Y", y)

table.add\_column("Односторонняя", left\_side\_diff(y, x\_h))

table.add\_column("Центральная", center\_diff(y, x\_h))

table.add\_column("Рунге с использованием односторонней производной", Runge\_left\_side(y, x\_h))

table.add\_column("С выравнивающими переменными", Runge\_center(y,x, x\_h))

table.add\_column("Вторая разностная производная", second\_diff(y, x\_h))

print(table)